湖州二中新高一数学暑假作业答案

第 1 节　　集合 [基础训练 A 组]

一、选择题

1.　C　　元素的确定性；

2.　D　　选项 **A** 所代表的集合是 $\{0\}$ 并非空集，选项 **B** 所代表的集合是 $\{(0,0)\}$

并非空集，选项 **C** 所代表的集合是 $\{0\}$ 并非空集，

选项 **D** 中的方程 $x^2-x+1=0$ 无实数根；

3.　A　　阴影部分完全覆盖了 **C** 部分，这样就要求交集运算的两边都含有 **C** 部分；

4.　A　　（**1**）最小的数应该是 0，（**2**）反例：$-0.5\notin N$，但 $0.5\notin N$

（**3**）当 $a=0,b=1,a+b=1$，（**4**）元素的互异性

5.　D　　元素的互异性 $a\neq b\neq c$；

6.　C　　$A=\{0,1,3\}$，真子集有 $2^3-1=7$．

二、填空题

1.　$(1)\in,\notin,\in;(2)\in,\notin,\in,(3)\in$　　0 是自然数，$\sqrt{5}$ 是无理数，不是自然数，$\sqrt{16}=4$；

$(\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}})^2=6,\sqrt{2-\sqrt{3}}+\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{6},$ 当 $a=0,b=1$ 时 $\sqrt{6}$ 在集合中

2.　15　　$A=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，$C=\{0,1,4,6\}$，非空子集有 $2^4-1=15$；

3.　$\{x\mid 2<x<10\}$　　$\overbrace{2,\underbrace{3,7}_{},10}^{}$，显然 $A\cup B=\{x\mid 2<x<10\}$

4.　$\left\{k\mid -1\le k\le\dfrac{1}{2}\right\}$　　$\overbrace{-3,\underbrace{2k-1,2k+1}_{},2}^{}$，则 $\begin{cases}2k-1\ge -3\\2k+1\le 2\end{cases}$ 得 $-1\le k\le\dfrac{1}{2}$

5.　$\{y\mid y\le 0\}$　　$y=-x^2+2x-1=-(x-1)^2\le 0$，$A=R$．

三、解答题

1.解：由题意可知 $6-x$ 是 8 的正约数，当 $6-x=1,x=5$；当 $6-x=2,x=4$；

当 $6-x=4,x=2$；当 $6-x=8,x=-2$；而 $x\ge 0$，$\therefore x=2,4,5$，即 $A=\{2,4,5\}$；

2.解：当 $m+1>2m-1$，即 $m<2$ 时，$B=\phi,$ 满足 $B\subseteq A$，即 $m<2$；

当 $m+1=2m-1$，即 $m=2$ 时，$B=\{3\},$ 满足 $B\subseteq A$，即 $m=2$；

当 $m+1<2m-1$，即 $m>2$ 时，由 $B\subseteq A$，得 $\begin{cases}m+1\ge -2\\2m-1\le 5\end{cases}$ 即 $2<m\le 3$；

$\therefore m \le 3$

3.解：$\because A \cap B = \{-3\}$，$\therefore -3 \in B$，而$a^2+1 \ne -3$，

$\therefore$当$a-3=-3, a=0, A=\{0,1,-3\}, B=\{-3,-1,1\}$，

这样$A \cap B=\{-3,1\}$与$A \cap B=\{-3\}$矛盾；

当$2a-1=-3, a=-1,$ 符合$A \cap B=\{-3\}$

$\therefore a=-1$

4.解：当$m=0$时，$x=-1$，即$0 \in M$；

当$m \ne 0$时，$\Delta = 1+4m \ge 0,$ 即$m \ge -\frac{1}{4}$，且$m \ne 0$

$\therefore m \ge -\frac{1}{4}$，$\therefore C_U M = \left\{m \mid m < -\frac{1}{4}\right\}$

而对于N，$\Delta = 1-4n \ge 0,$ 即$n \le \frac{1}{4}$，$\therefore N=\left\{n \mid n \le \frac{1}{4}\right\}$

$\therefore (C_U M) \cap N = \left\{x \mid x < -\frac{1}{4}\right\}$

第 1 节　　集合 [基础训练 B 组]

一、选择题

1.　A　（1）错的原因是元素不确定，（2）前者是数集，而后者是点集，种类不同，

（3）$\frac{3}{2}=\frac{6}{4}, \left|-\frac{1}{2}\right|=0.5$，有重复的元素，应该是3个元素，（4）本集合还包括坐标轴

2.　D　当$m=0$时，$B=\phi,$满足$A \cup B = A$，即$m=0$；当$m \ne 0$时，$B=\left\{\frac{1}{m}\right\},$

而$A \cup B = A$，$\therefore \frac{1}{m}=1$或-1，$m=1$或-1；$\therefore m=1,-1$或0；

3.　A　$N=\{(0,0)\}$，$N \subseteq M$；

4.　D　$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=9 \end{cases}$得$\begin{cases} x=5 \\ y=-4 \end{cases}$，该方程组有一组解$(5,-4)$，解集为$\{(5,-4)\}$；

5.　D　选项 **A** 应改为$R^+ \subseteq R$，选项 **B** 应改为"$\subseteq$"，选项 **C** 可加上“非空”，或去掉“真”，选项 **D** 中的$\{\phi\}$里面的确有个元素“ϕ”，而并非空集；

6.　C　当$A=B$时，$A \cap B = A = A \cup B$

二、填空题

1.　$(1)\in,\in,(2)\in,(3)\subseteq$

（**1**）$\sqrt{3}\le 2$，$x=1,y=2$ 满足 $y=x+1$，

（**2**）估算 $\sqrt{2}+\sqrt{5}=1.4+2.2=3.6$，$2+\sqrt{3}=3.7$，

或 $(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2=7+\sqrt{40}$，$(2+\sqrt{3})^2=7+\sqrt{48}$

（**3**）左边 $=\{-1,1\}$，右边 $=\{-1,0,1\}$

2.　$a=3,b=4$　$A=C_U(C_UA)=\{x\mid 3\le x\le 4\}=\{x\mid a\le x\le b\}$

3.　26　全班分 4 类人：设既爱好体育又爱好音乐的人数为 x 人；仅爱好体育的人数为 $43-x$ 人；仅爱好音乐的人数为 $34-x$ 人；既不爱好体育又不爱好音乐的人数为 4 人 $\therefore 43-x+34-x+x+4=55$，$\therefore x=26$．

4.　$0,2,$或-2　由 $A\cap B=B$ 得 $B\subseteq A$，则 $x^2=4$ 或 $x^2=x$，且 $x\ne 1$．

5.　$\left\{a\mid a\ge\frac{9}{8},\text{或}a=0\right\}$，$\left\{a\mid a\le\frac{9}{8}\right\}$

当 A 中仅有一个元素时，$a=0$，或 $\Delta=9-8a=0$；
当 A 中有 0 个元素时，$\Delta=9-8a<0$；
当 A 中有两个元素时，$\Delta=9-8a>0$；

三、解答题

1．解：由 $A=\{a\}$ 得 $x^2+ax+b=x$ 的两个根 $x_1=x_2=a$，

即 $x^2+(a-1)x+b=0$ 的两个根 $x_1=x_2=a$，

$\therefore x_1+x_2=1-a=2a$，得 $a=\frac{1}{3}$，$x_1x_2=b=\frac{1}{9}$，

$\therefore M=\left\{\left(\frac{1}{3},\frac{1}{9}\right)\right\}$

2.解：由 $A\cap B=B$ 得 $B\subseteq A$，而 $A=\{-4,0\}$，$\Delta=4(a+1)^2-4(a^2-1)=8a+8$

当 $\Delta=8a+8<0$，即 $a<-1$ 时，$B=\phi$，符合 $B\subseteq A$；

当 $\Delta=8a+8=0$，即 $a=-1$ 时，$B=\{0\}$，符合 $B\subseteq A$；

当 $\Delta=8a+8>0$，即 $a>-1$ 时，B 中有两个元素，而 $B\subseteq A=\{-4,0\}$；

$\therefore B=\{-4,0\}$ 得 $a=1$

$\therefore a=1$ 或 $a\le -1$．

3.解： $B=\{2,3\}$，$C=\{-4,2\}$，而 $A\cap B\neq\phi$，则 $2,3$ 至少有一个元素在 A 中，

又 $A\cap C=\phi$，$\therefore 2\notin A$，$3\in A$，即 $9-3a+a^2-19=0$，得 $a=5$ 或 -2

而 $a=5$ 时，$A=B$ 与 $A\cap C=\phi$ 矛盾，

$\therefore a=-2$

4. 解： $A=\{-2,-1\}$，由 $(C_U A)\cap B=\phi$，得 $B\subseteq A$，

当 $m=1$ 时，$B=\{-1\}$，符合 $B\subseteq A$；

当 $m\neq 1$ 时，$B=\{-1,-m\}$，而 $B\subseteq A$，$\therefore -m=-2$，即 $m=2$

$\therefore m=1$ 或 2.

第 2 节　　一元二次不等式及其解法[基础训练 AB 组]

一、选择题

1.　A　由 $(x-1)(2-x)\geq 0$ 可知 $(x-2)(x-1)\leqslant 0$，所以不等式的解集为 $\{x|1\leqslant x\leqslant 2\}$.

2.　D　由题意知 $a=0$ 时，满足条件. 当 $a\neq 0$ 时，由 $\begin{cases}a>0,\\ \Delta=(-a)^2-4a\leqslant 0,\end{cases}$ 得 $0<a\leqslant 4$.所以 $0\leqslant a\leqslant 4$.

3.　A　由题意，$A=\{x|-1<x<3\}$，$B=\{x|-3<x<2\}$，$A\cap B=\{x|-1<x<2\}$，则不等式 $x^2+ax+b<0$ 的解集为 $\{x|-1<x<2\}$．由根与系数的关系可知，$a=-1$，$b=-2$，所以 $a+b=-3$，故选 A.

4.　A　由题意知 $-\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{3}$ 是方程 $ax^2-bx-1=0$ 的根，所以由根与系数的关系得 $-\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{b}{a}$，$-\frac{1}{2}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{a}$.解得 $a=-6$，$b=5$，不等式 $x^2-bx-a<0$ 即为 $x^2-5x+6<0$，解集为 $2<x<3$.

5.　A　由 $x^2-2ax-8a^2<0$，得 $(x+2a)(x-4a)<0$，因为 $a>0$，所以不等式的解集为 $-2a<x<4a$，

即 $x_2=4a$，$x_1=-2a$，由 $x_2-x_1=15$，得 $4a-(-2a)=15$，解得 $a=\frac{5}{2}$.

6.　B　$\because \frac{x-2}{x+1}\leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases}x+1\quad\ x-2\quad\leq 0,\\ x+1\neq 0\end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases}-1\leq x\leq 2,\\ x\neq -1,\end{cases}$　$\therefore x\in(-1,2]$.

二、填空题

7.　$-2<x<1$　根据给出的定义得 $x\odot(x-2)=x(x-2)+2x+(x-2)=x^2+x-2=(x+2)(x-1)$，

又 $x\odot(x-2)<0$，则 $(x+2)(x-1)<0$，故这个不等式的解集是 $-2<x<1$.

8.　$\{x|x\geq 1\}$　原不等式等价于 $\begin{cases}x<-1,\\ -x-1-\quad 3-x\quad\geq 0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}-1\leq x\leq 3,\\ x+1-\quad 3-x\quad\geq 0\end{cases}$

或 $\begin{cases}x>3,\\ x+1-\quad x-3\quad\geq 0,\end{cases}$ 解得 $1\leq x\leq 3$ 或 $x>3$，故原不等式的解集为 $\{x|x\geq 1\}$.

9.　$-1<x<\frac{4}{5}$　由已知 $ax>b$ 的解集为 $\left(-\infty，\frac{1}{5}\right)$，可知 $a<0$，且 $\frac{b}{a}=\frac{1}{5}$，将不等式 $ax^2+bx-\frac{4}{5}a>0$

两边同除以 a，得 $x^2+\frac{b}{a}x-\frac{4}{5}<0$，即 $x^2+\frac{1}{5}x-\frac{4}{5}<0$，解得 $-1<x<\frac{4}{5}$.

10. $2\leq x<8$ 由 $4[x]^2-36[x]+45<0$，得 $\frac{3}{2}<[x]<\frac{15}{2}$，又 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数，得 $2\leq x<8$.

11. $-8\leqslant\lambda\leqslant 4$ 因为 $a^2+8b^2\geqslant\lambda b(a+b)$ 对于任意的 a，$b\in\mathbf{R}$ 恒成立，所以 $a^2+8b^2-\lambda b(a+b)\geqslant 0$ 对于任意的 a，$b\in\mathbf{R}$ 恒成立，即 $a^2-\lambda ba+(8-\lambda)b^2\geqslant 0$ 恒成立，由二次不等式的性质可得，$\Delta=\lambda^2b^2+4(\lambda-8)b^2=b^2(\lambda^2+4\lambda-32)\leqslant 0$，所以 $(\lambda+8)(\lambda-4)\leqslant 0$，

解得 $-8\leqslant\lambda\leqslant 4$.

三、解答题

1．$m\geqslant 2$ 或 $m<-1$；

2．$-1<m<3$；

3．$k=-\frac{2}{5}$，$k=-\frac{\sqrt{6}}{6}$；

4．$-\frac{1}{2}<x<-\frac{1}{3}$；

第 3 节　函数及其表示[基础训练 A 组]

一、选择题

1. C （1）定义域不同；（2）定义域不同；（3）对应法则不同；

（4）定义域相同，且对应法则相同；（5）定义域不同；

2. C 有可能是没有交点的，如果有交点，那么对于 $x=1$ 仅有一个函数值；

3. D 按照对应法则 $y=3x+1$，$B=\{4,7,10,3k+1\}=\{4,7,a^4,a^2+3a\}$

而 $a\in N^*,a^4\neq 10$，$\therefore a^2+3a=10,a=2,3k+1=a^4=16,k=5$

4. D 该分段函数的三段各自的值域为 $(-\infty,1],[0,4),[4,+\infty)$，而 $3\in[0,4)$

$\therefore f(x)=x^2=3,x=\pm\sqrt{3},\text{而}-1<x<2,\ \therefore\ x=\sqrt{3}$；

1. D 平移前的"$1-2x=-2(x-\frac{1}{2})$"，平移后的"$-2x$"，

用"x"代替了"$x-\frac{1}{2}$"，即 $x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\to x$，左移

6. B $f(5)=f[f(11)]=f(9)=f[f(15)]=f(13)=11$.

二、填空题

1. $(-\infty,-1)$ 当 $a\geq 0\text{时},f(a)=\frac{1}{2}a-1>a,a<-2$，这是矛盾的；

当 $a<0\text{时},f(a)=\frac{1}{a}>a,a<-1$；

2. $\{x\,|\,x\neq -2,\text{且}x\neq 2\}$ $x^2-4\neq 0$

3. $y=-(x+2)(x-4)$ 设 $y=a(x+2)(x-4)$，对称轴 $x=1$，

当 $x=1$ 时，$y_{\max}=-9a=9,a=-1$

4. $(-\infty,0)$ $\begin{cases}x-1\neq 0\\ |x|-x>0\end{cases},x<0$

5. $-\dfrac{5}{4}$ $f(x)=x^2+x-1=(x+\dfrac{1}{2})^2-\dfrac{5}{4}\geq-\dfrac{5}{4}$.

三、解答题

1.解：$\because |x+1|\neq 0,x+1\neq 0,x\neq -1$，$\therefore$定义域为$\{x\mid x\neq -1\}$

2.解： $\because x^2+x+1=(x+\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}\geq\dfrac{3}{4},$

$\therefore y\geq\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$\therefore$值域为$[\dfrac{\sqrt{3}}{2},+\infty)$

3.解：$\Delta=4(m-1)^2-4(m+1)\geq 0,得m\geq 3或m\leq 0$，

$$y=x_1{}^2+x_2{}^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2$$

$$=4(m-1)^2-2(m+1)$$
$$=4m^2-10m+2$$

$\therefore f(m)=4m^2-10m+2,(m\leq 0或m\geq 3)$.

4. 解：对称轴 $x=1$，$[1,3]$ 是 $f(x)$ 的递增区间，

$$f(x)_{\max}=f(3)=5,即3a-b+3=5$$

$$f(x)_{\min}=f(1)=2,即-a-b+3=2,$$

$$\therefore\begin{cases}3a-b=2\\ -a-b=-1\end{cases}得a=\frac{3}{4},b=\frac{1}{4}.$$

第 3 节　　函数及其表示[基础训练 B 组]

一、选择题

1. B $\because g(x+2)=2x+3=2(x+2)-1,\therefore g(x)=2x-1$；

2. B $\dfrac{cf(x)}{2f(x)+3}=x,f(x)=\dfrac{3x}{c-2x}=\dfrac{cx}{2x+3},得c=-3$

3. A 令 $g(x)=\dfrac{1}{2},1-2x=\dfrac{1}{2},x=\dfrac{1}{4},f(\dfrac{1}{2})=f\left[g(x)\right]=\dfrac{1-x^2}{x^2}=15$

4. A $-2\le x\le 3,-1\le x+1\le 4,-1\le 2x-1\le 4,0\le x\le \frac{5}{2}$；

5. C $-x^2+4x=-(x-2)^2+4\le 4,0\le \sqrt{-x^2+4x}\le 2,-2\le -\sqrt{-x^2+4x}\le 0$

$$0\le 2-\sqrt{-x^2+4x}\le 2,0\le y\le 2$$；

6. C 令$\frac{1-x}{1+x}=t,则x=\frac{1-t}{1+t},f(t)=\frac{1-(\frac{1-t}{1+t})^2}{1+(\frac{1-t}{1+t})^2}=\frac{2t}{1+t^2}$.

二、填空题

1. $3\pi^2-4$ $\quad f(0)=\pi$；

2. -1 $\quad$ 令$2x+1=3,x=1,f(3)=f(2x+1)=x^2-2x=-1$；

3. $(\sqrt{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}]$ $\quad x^2-2x+3=(x-1)^2+2\ge 2,\sqrt{x^2-2x+3}\ge\sqrt{2},$

$$0<\frac{1}{\sqrt{x^2-2x+3}}\le\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2}<f(x)\le\frac{3\sqrt{2}}{2}$$

4. $(-\infty,\frac{3}{2}]$ $\quad$ 当$x+2\ge 0,即x\ge -2,f(x+2)=1,则x+x+2\le 5,-2\le x\le\frac{3}{2},$

当$x+2<0,即x<-2,f(x+2)=-1,则x-x-2\le 5,$ 恒成立，即$x<-2$

$\therefore x<\frac{3}{2}$；

5. $(-1,-\frac{1}{3})$

令$y=f(x),则f(1)=3a+1,f(-1)=a+1,f(1)\cdot f(-1)=(3a+1)(a+1)<0$

得$-1<a<-\frac{1}{3}$

三、解答题

1. 解： $\Delta=16m^2-16(m+2)\ge 0,m\ge 2或m\le -1,$

$$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=m^2-\frac{1}{2}m-1$$

当$m=-1时,(\alpha^2+\beta^2)_{\min}=\frac{1}{2}$

2. 解：（1） $\because\begin{cases}x+8\ge 0\\3-x\ge 0\end{cases}$得$-8\le x\le 3,$ $\therefore$定义域为$\left[-8,3\right]$

（2）$\because \begin{cases} x^2-1\ge 0 \\ 1-x^2\ge 0 \text{得} x^2=1 \text{且} x\ne 1, \text{即} x=-1 \\ x-1\ne 0 \end{cases}$ ∴定义域为$\{-1\}$

（3）$\because \begin{cases} |x|-x\ne 0 \\ 1-\dfrac{1}{|x|-x}\ne 0 \\ 1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{|x|-x}}\ne 0 \end{cases}$ 得$\begin{cases} x<0 \\ x\ne -\dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{|x|-x}\ne 0 \end{cases}$ ∴定义域为$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$

3. 解：（1）$\because y=\dfrac{3+x}{4-x}, 4y-xy=x+3, x=\dfrac{4y-3}{y+1}, \text{得} y\ne -1$，

∴值域为$\{y\,|\,y\ne -1\}$

（2）$\because 2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1\ge 1,$

$\therefore 0<\dfrac{1}{2x^2-4x+3}\le 1, 0<y\le 5$

∴值域为$(0,5]$

（3）$1-2x\ge 0, x\le \dfrac{1}{2}$，且$y$是$x$的减函数，

当$x=\dfrac{1}{2}$时，$y_{\min}=-\dfrac{1}{2}$，∴值域为$[-\dfrac{1}{2},+\infty)$

4. 解：（五点法：顶点，与x轴的交点，与y轴的交点以及该点关于对称轴对称的点）

第 4 节　　函数的基本性质[基础训练 A 组]

一、选择题

1. B　奇次项系数为$0, m-2=0, m=2$

2. D　$f(2)=f(-2), -2<-\dfrac{3}{2}<-1$

3. A　奇函数关于原点对称，左右两边有相同的单调性

4. A　$F(-x)=f(-x)-f(x)=-F(x)$

5. A　$y=3-x$在R上递减，$y=\dfrac{1}{x}$在$(0,+\infty)$上递减，

$y=-x^2+4$在$(0,+\infty)$上递减，

6. A　$f(-x)=|x|(|-x-1|-|-x+1|)=|x|(|x+1|-|x-1|)=-f(x)$

为奇函数，而 $f(x)=\begin{cases}-2x,x\geq 1\\-2x^2,0\leq x<1\\2x^2,-1\leq x<0\\2x,x<-1\end{cases}$，为减函数.

二、填空题

1． $(-2,0)\cup(2,5]$ 奇函数关于原点对称，补足左边的图象

2． $[-2,+\infty)$ $x\geq -1,y$ 是 x 的增函数，当 $x=-1$ 时，$y_{\min}=-2$

3． $\left[\sqrt{2}-1,\sqrt{3}\right]$ 该函数为增函数，自变量最小时，函数值最小；

自变量最大时，函数值最大

4． $\left[0,+\infty\right)$ $k-1=0,k=1,f(x)=-x^2+3$

5． 1 （**1**）$x\geq 2$且$x\leq 1$，不存在；（**2**）函数是特殊的映射；（**3**）该图象是由离散的点组成的；（**4**）两个不同的抛物线的两部分组成的，不是抛物线.

三、解答题

1．解：当 $k>0$，$y=kx+b$ 在 R 是增函数，当 $k<0$，$y=kx+b$ 在 R 是减函数；

当 $k>0$，$y=\dfrac{k}{x}$ 在 $(-\infty,0),(0,+\infty)$ 是减函数，

当 $k<0$，$y=\dfrac{k}{x}$ 在 $(-\infty,0),(0,+\infty)$ 是增函数；

当 $a>0$，$y=ax^2+bx+c$ 在 $(-\infty,-\dfrac{b}{2a}]$ 是减函数，在 $[-\dfrac{b}{2a},+\infty)$ 是增函数，

当 $a<0$，$y=ax^2+bx+c$ 在 $(-\infty,-\dfrac{b}{2a}]$ 是增函数，在 $[-\dfrac{b}{2a},+\infty)$ 是减函数.

2．解：$f(1-a)<-f(1-a^2)=f(a^2-1)$，则 $\begin{cases}-1<1-a<1\\-1<1-a^2<1\\1-a>a^2-1\end{cases}$，

$\therefore 0<a<1$

3．解：$2x+1\geq 0,x\geq -\dfrac{1}{2}$，显然 y 是 x 的增函数，$x=-\dfrac{1}{2}$，$y_{\min}=-\dfrac{1}{2}$,

$\therefore y\in[-\dfrac{1}{2},+\infty)$

4．解：$(1)a=-1,f(x)=x^2-2x+2,$ 对称轴 $x=1,f(x)_{\min}=f(1)=1,f(x)_{\max}=f(5)=37$

$\therefore f(x)_{\max}=37,f(x)_{\min}=1$

（**2**）对称轴 $x=-a,$ 当 $-a\leq -5$ 或 $-a\geq 5$ 时，$f(x)$ 在 $\left[-5,5\right]$ 上单调

$\therefore a\geq 5$ 或 $a\leq -5$.

第 4 节　　函数的基本性质[基础训练 B 组]

一、选择题

1. C 选项 **A** 中的 $x\neq 2,$ 而 $x=-2$ 有意义，非关于原点对称，选项 **B** 中的 $x\neq 1,$

而 $x=-1$ 有意义，非关于原点对称，选项 **D** 中的函数仅为偶函数；

2. C 对称轴 $x=\frac{k}{8}$，则 $\frac{k}{8}\leq 5$，或 $\frac{k}{8}\geq 8$，得 $k\leq 40$，或 $k\geq 64$

3. B $y=\dfrac{2}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}},x\geq 1,y$ 是 x 的减函数，

当 $x=1,y=\sqrt{2},0<y\leq\sqrt{2}$

4. A 对称轴 $x=1-a,1-a\geq 4,a\leq -3$

5. A （1）反例 $f(x)=\frac{1}{x}$；（2）不一定 $a>0$，开口向下也可；（3）画出图象

可知，递增区间有 $\left[-1,0\right]$ 和 $\left[1,+\infty\right)$；（4）对应法则不同

6. B 刚刚开始时，离学校最远，取最大值，先跑步，图象下降得快！

二、填空题

1. $(-\infty,-\frac{1}{2}],[0,\frac{1}{2}]$ 画出图象

2. $-x^2-|x|+1$ 设 $x<0$，则 $-x>0$，$f(-x)=x^2+|x|-1$，

$\because f(-x)=-f(x)\ \therefore -f(x)=x^2+|x|-1,f(x)=-x^2-|x|+1$

3. $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$

$\because f(-x)=-f(x)\ \therefore f(-0)=-f(0),f(0)=0,\frac{a}{1}=0,a=0$

即 $f(x)=\dfrac{x}{x^2+bx+1},f(-1)=-f(1),\dfrac{-1}{2-b}=-\dfrac{1}{2+b},b=0$

4. -15 $f(x)$ 在区间 $[3,6]$ 上也为递增函数，即 $f(6)=8,f(3)=-1$

$2f(-6)+f(-3)=-2f(6)-f(3)=-15$

5. $(1,2)$ $k^2-3k+2<0,1<k<2$

三、解答题

1．解：（1）定义域为 $\left[-1,0\right)\cup\left(0,1\right]$，则 $|x+2|-2=x$，$f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x},$

$\because f(-x)=-f(x)\ \therefore f(x)=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ 为奇函数.

（2）$\because f(-x)=-f(x)$ 且 $f(-x)=f(x)\ \therefore f(x)$ 既是奇函数又是偶函数.

2．证明：**(1)**设 $x_1 > x_2$，则 $x_1 - x_2 > 0$，而 $f(a+b) = f(a) + f(b)$

∴ $f(x_1) = f(x_1 - x_2 + x_2) = f(x_1 - x_2) + f(x_2) < f(x_2)$

∴函数 $y = f(x)$ 是 R 上的减函数;

(2)由 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 得 $f(x-x) = f(x) + f(-x)$

即 $f(x) + f(-x) = f(0)$，而 $f(0) = 0$

∴ $f(-x) = -f(x)$，即函数 $y = f(x)$ 是奇函数.

3．解：∵ $f(x)$ 是偶函数，$g(x)$ 是奇函数，∴ $f(-x) = f(x)$，且 $g(-x) = -g(x)$

而 $f(x) + g(x) = \dfrac{1}{x-1}$,得 $f(-x) + g(-x) = \dfrac{1}{-x-1}$，

即 $f(x) - g(x) = \dfrac{1}{-x-1} = -\dfrac{1}{x+1}$，

∴ $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$，$g(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$.

4．解：（1）当 $a = 0$ 时，$f(x) = x^2 + |x| + 1$ 为偶函数，

当 $a \neq 0$ 时，$f(x) = x^2 + |x-a| + 1$ 为非奇非偶函数；

（2）当 $x < a$ 时，$f(x) = x^2 - x + a + 1 = (x - \dfrac{1}{2})^2 + a + \dfrac{3}{4}$,

当 $a > \dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)_{\min} = f(\dfrac{1}{2}) = a + \dfrac{3}{4}$，

当 $a \leq \dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)_{\min}$ 不存在；

当 $x \geq a$ 时，$f(x) = x^2 + x - a + 1 = (x + \dfrac{1}{2})^2 - a + \dfrac{3}{4}$,

当 $a > -\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)_{\min} = f(a) = a^2 + 1$，

当 $a \leq -\dfrac{1}{2}$ 时，$f(x)_{\min} = f(-\dfrac{1}{2}) = -a + \dfrac{3}{4}$.

第 5 节　基本初等函数（指数函数和对数函数）[基础训练 A 组]

一、选择题

1.　**D**　$y = \sqrt{x^2} = |x|$，对应法则不同；$y = \dfrac{x^2}{x},(x \neq 0)$

$y = a^{\log_a x} = x,(x > 0)$；$y = \log_a a^x = x(x \in R)$

2. **D** 对于 $y=\frac{a^x+1}{a^x-1}, f(-x)=\frac{a^{-x}+1}{a^{-x}-1}=\frac{a^x+1}{1-a^x}=-f(x)$，为奇函数；

对于 $y=\frac{\lg(1-x^2)}{|x+3|-3}=\frac{\lg(1-x^2)}{x}$，显然为奇函数； $y=\frac{|x|}{x}$ 显然也为奇函数；

对于 $y=\log_a\frac{1+x}{1-x}$， $f(-x)=\log_a\frac{1-x}{1+x}=-\log_a\frac{1+x}{1-x}=-f(x)$，为奇函数；

3. **D** 由 $y=-3^{-x}$ 得 $-y=3^{-x},(x,y)\to(-x,-y)$，即关于原点对称；

4. **B** $x+x^{-1}=(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}})^2-2=3, x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$

$x^{\frac{3}{2}}+x^{-\frac{3}{2}}=(x^{\frac{1}{2}}+x^{-\frac{1}{2}})(x-1+x^{-1})=2\sqrt{5}$

5. **D** $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)\ge 0=\log_{\frac{1}{2}}1, 0<3x-2\le 1, \frac{2}{3}<x\le 1$

6. **D** $0.7^6<0.7^0=1, 6^{0.7}>6^0=1, \log_{0.7}6<0$

当 a,b 范围一致时， $\log_a b>0$；当 a,b 范围不一致时， $\log_a b<0$

注意比较的方法，先和 0 比较，再和 1 比较

7. **D** 由 $f(\ln x)=3x+4=3e^{\ln x}+4$ 得 $f(x)=3e^x+4$

二、填空题

1. $\sqrt[3]{2}<\sqrt[8]{8}<\sqrt[5]{4}<\sqrt[9]{16}<\sqrt{2}$

$\sqrt{2}=2^{\frac{1}{2}}, \sqrt[3]{2}=2^{\frac{1}{3}}, \sqrt[5]{4}=2^{\frac{2}{5}}, \sqrt[8]{8}=2^{\frac{3}{8}}, \sqrt[9]{16}=2^{\frac{4}{9}}$，

而 $\frac{1}{3}<\frac{3}{8}<\frac{2}{5}<\frac{4}{9}<\frac{1}{2}$

2. 16 $\sqrt{\frac{8^{10}+4^{10}}{8^4+4^{11}}}=\sqrt{\frac{2^{30}+2^{20}}{2^{12}+2^{22}}}=\sqrt{\frac{2^{20}(1+2^{10})}{2^{12}(1+2^{10})}}=\sqrt{2^8}=16$

3. -2 原式 $=|\log_2 5-2|+\log_2 5^{-1}=\log_2 5-2-\log_2 5=-2$

4. 0 $(x-2)^2+(y-1)^2=0, x=2$ 且 $y=1$， $\log_x(y^x)=\log_2(1^2)=0$

5. -1 $\frac{3^{-x}\cdot 3^x+3^{-x}}{1+3^x}=3^{-x}=3, x=-1$

6. $\left\{x\mid x\ne\frac{1}{2}\right\},\{y\mid y>0,\text{且}y\ne 1\}$ $2x-1\ne 0, x\ne\frac{1}{2}$； $y=8^{\frac{1}{2x-1}}>0$, 且 $y\ne 1$

7. 奇函数 $f(-x)=x^2\lg(-x+\sqrt{x^2+1})=-x^2\lg(x+\sqrt{x^2+1})=-f(x)$

三、解答题

1．解：$a^{x}=\sqrt{6}-\sqrt{5},a^{-x}=\sqrt{6}+\sqrt{5},a^{x}+a^{-x}=2\sqrt{6}$

$$a^{2x}+a^{-2x}=(a^{x}+a^{-x})^{2}-2=22$$

$$\frac{a^{3x}-a^{-3x}}{a^{x}-a^{-x}}=\frac{(a^{x}-a^{-x})(a^{2x}+1+a^{-2x})}{a^{x}-a^{-x}}=23$$

2．解：原式$=|1-3|+|\lg 3-2|+\lg 300$

$$=2+2-\lg 3+\lg 3+2$$
$$=6$$

3．解：$x\neq 0$且$\frac{1+x}{1-x}>0$，$-1<x<1$且$x\neq 0$，即定义域为$(-1,0)\cup(0,1)$；

$f(-x)=\frac{1}{-x}-\log_{2}\frac{1-x}{1+x}=-\frac{1}{x}+\log_{2}\frac{1+x}{1-x}=-f(x)$ 为奇函数；

$f(x)=\frac{1}{x}-\log_{2}(1+\frac{2}{\frac{1}{x}-1})$ 在$(-1,0)$和$(0,1)$上为减函数.

4．解：（1）$\begin{cases}2x-1>0\\2x-1\neq 1\\3x-2>0\end{cases}$ $,x>\frac{2}{3},$且$x\neq 1$，即定义域为$(\frac{2}{3},1)\cup(1,+\infty)$；

（2）令$u=x^{2}-4x,x\in[0,5)$，则$-4\le u<5$，$(\frac{1}{3})^{5}<y\le(\frac{1}{3})^{-4}$,

$\frac{1}{243}<y\le 81$，即值域为$(\frac{1}{243},81]$.

第5节　　基本初等函数（指数函数和对数函数）[基础训练B组]

一、选择题

1.　A　$\log_{a}a=3\log_{a}(2a),\log_{a}(2a)=\frac{1}{3},a^{\frac{1}{3}}=2a,a=8a^{3},a^{2}=\frac{1}{8},a=\frac{\sqrt{2}}{4}$

2.　A　$\log_{a}(b-1)=0,$且$\log_{a}b=1,a=b=2$

3.　D　令$x^{6}=8(x>0),x=8^{\frac{1}{6}}=\sqrt{2},f(8)=f(x^{6})=\log_{2}x=\log_{2}\sqrt{2}$

4.　B　令$f(x)=\lg|x|,f(-x)=\lg|-x|=\lg|x|=f(x)$，即为偶函数

令$u=|x|,x<0$时，u是x的减函数，即$y=\lg|x|$在区间$(-\infty,0)$上单调递减

5.　B　$f(-x)=\lg\frac{1+x}{1-x}=-\lg\frac{1-x}{1+x}=-f(x).$则$f(-a)=-f(a)=-b.$

6.　A　令$u=|x-1|$，$(0,1)$是u的递减区间，即$a>1$，$(1,+\infty)$是u的

递增区间，即 $f(x)$ 递增且无最大值.

二、填空题

1． $\frac{1}{10}$ 　$f(x)+f(-x)=2^{x}+2^{-x}\lg a+2^{-x}+2^{x}\lg a$

$$=(\lg a+1)(2^{x}+2^{-x})=0,\lg a+1=0,a=\frac{1}{10}$$

（另法）：$x\in R$，由 $f(-x)=-f(x)$ 得 $f(0)=0$，即 $\lg a+1=0,a=\frac{1}{10}$

2． $\left(-\infty,-2\right]$ 　$x^{2}-2x+5=(x-1)^{2}+4\geq 4,$

$$而0<\frac{1}{2}<1,\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x^{2}-2x+5\right)\leq\log_{\frac{1}{2}}4=-2$$

3． $\frac{2-a}{a+b}$ 　$\log_{14}7+\log_{14}5=\log_{14}35=a+b,\log_{35}28=\frac{\log_{14}28}{\log_{14}35}$

$$=\frac{\log_{14}(2\times14)}{\log_{14}35}=\frac{1+\log_{14}2}{\log_{14}35}=\frac{1+\log_{14}\frac{14}{7}}{\log_{14}35}=\frac{1+(1-\log_{14}7)}{\log_{14}35}=\frac{2-a}{a+b}$$

4． $-1,-1$ 　$\because 0\in A,y\neq 0,\therefore\lg(xy)=0,xy=1$

$$又\because 1\in B,y\neq 1,\therefore|x|=1,而x\neq 1，\therefore x=-1,且y=-1$$

5． $\frac{1}{5}$ 　$\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{2\log_{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}\sqrt{5}}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\log_{(\sqrt{3}-\sqrt{2})}5}=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^{\log_{(\sqrt{3}+\sqrt{2})}\frac{1}{5}}=\frac{1}{5}$

6． $(-1,1)$ 　$y=\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$，$e^{x}=\frac{1+y}{1-y}>0,-1<y<1$

三、解答题

1．解：（1） $\because 1.7^{3.3}>1.7^{0}=1,\ 0.8^{2.1}<0.8^{0}=1$，$\therefore 1.7^{3.3}>0.8^{2.1}$

（2） $\because 3.3^{0.7}<3.3^{0.8},3.3^{0.8}<3.4^{0.8}$，$\therefore 3.3^{0.7}<3.4^{0.8}$

（3） $\log_{8}27=\log_{2}3,\log_{9}25=\log_{3}5,$

$$\frac{3}{2}=\log_{2}2^{\frac{3}{2}}=\log_{2}2\sqrt{2}<\log_{2}3,\frac{3}{2}=\log_{3}3^{\frac{3}{2}}=\log_{3}3\sqrt{3}>\log_{3}5,$$

$$\therefore\log_{9}25<\frac{3}{2}<\log_{8}27.$$

2．解：（1） $(3^{-x})^{2}-6\cdot3^{-x}-27=0,(3^{-x}+3)(3^{-x}-9)=0,而3^{-x}+3\neq 0$

$3^{-x}-9=0,3^{-x}=3^2,$

$x=-2$

（2）$(\frac{2}{3})^x+(\frac{4}{9})^x=1,(\frac{2}{3})^{2x}+(\frac{2}{3})^x-1=0$

$(\frac{2}{3})^x>0,$则$(\frac{2}{3})^x=\frac{\sqrt{5}-1}{2},$

$\therefore x=\log_{\frac{2}{3}}\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

3．解：由已知得$1\le 4^x-3\cdot 2^x+3\le 7,$

即$\begin{cases}4^x-3\cdot 2^x+3\le 7\\4^x-3\cdot 2^x+3\ge 1\end{cases}$，得$\begin{cases}(2^x+1)(2^x-4)\le 0\\(2^x-1)(2^x-2)\ge 0\end{cases}$

即$0<2^x\le 1$，或$2\le 2^x\le 4$

∴$x\le 0$，或$1\le x\le 2$．

4．解：$a-a^x>0,a^x<a,x<1$，即定义域为$(-\infty,1)$；

$a^x>0,0<a-a^x<a,\log_a(a-a^x)<1$，

即值域为$(-\infty,1)$．

第 6 节　　函数的应用（含幂函数）［基础训练 AB 组］

一、选择题

1.　C　$y=x^2,y=x$是幂函数

2.　C　唯一的零点必须在区间$(1,3)$，而不在$\left[3,5\right)$

3.　A　$\log_{\frac{1}{2}}a=\ln 2>0,$得$0<a<1,b>1$，$\log_a b<0,\log_{\frac{1}{2}}a>0$

4.　C　$f(x)=2x^3-3x+1=2x^3-2x-x+1=2x(x^2-1)-(x-1)$

$=(x-1)(2x^2+2x-1)$，$2x^2+2x-1=0$显然有两个实数根，共三个；

5.　B　可以有一个实数根，例如$y=x-1$，也可以没有实数根，

例如$y=2^x$

6.　D　$\Delta=m^2-4(m+3)>0,m>6$或$m<-2$

7.　C　$10000(1+0.2)^3=17280$

二、填空题

1． $\dfrac{1}{x}$　设 $f(x)=x^{\alpha}$, 则 $\alpha=-1$

2． $f(x)=\sqrt[4]{x^3}$　$f(x)=x^{\alpha}$, 图象过点（$3,\sqrt[4]{27}$），$3^{\alpha}=\sqrt[4]{27}=3^{\frac{3}{4}},\alpha=\dfrac{3}{4}$

3． $[2,2.5)$　令 $f(x)=x^3-2x-5, f(2)=-1<0, f(2.5)=2.5^3-10>0$

4． 2　分别作出 $f(x)=\ln x, g(x)=x-2$ 的图象；

5． $f(a)f(b)\le 0$　见课本的定理内容

三、解答题

1．证明：设 $1\le x_1<x_2, f(x_1)-f(x_2)=(x_1-x_2)(1-\dfrac{1}{x_1x_2})<0$

即 $f(x_1)<f(x_2)$，

∴函数 $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$ 在 $x\in[1,+\infty)$ 上是增函数.

2．**解**：(1)当 $b=-1$ 时，$f(x)=x^2-(a+1)x-1$.因为 $f(0)=-1$，若函数 $f(x)$在$[2,3]$上有一个零点，则 $\begin{cases}f(2)\le 0\\ f(3)\ge 0\end{cases}$，

即 $\begin{cases}1-2a\le 0,\\ 5-3a\ge 0,\end{cases}$　解得 $\dfrac{1}{2}\le a\le\dfrac{5}{3}$.

(2)将 $b=a$ 代入函数 $f(x)$的解析式，得 $f(x)=x^2-(a+1)x+a$.

令 $g(a)=(1-x)a+x^2-x$，$a\in[2,3]$.

由题意，得 $g(a)<0$ 在 $a\in[2,3]$上恒成立，所以 $\begin{cases}g(2)<0\\ g(3)<0\end{cases}$，即 $\begin{cases}x^2-3x+2<0,\\ x^2-4x+3<0,\end{cases}$　解得 $1<x<2$.

故所求 x 的取值范围是$(1,2)$.

3．解：对称轴 $x=a$，

当 $a<0,[0,1]$ 是 $f(x)$ 的递减区间，$f(x)_{\max}=f(0)=1-a=2\Rightarrow a=-1$；

当 $a>1,[0,1]$ 是 $f(x)$ 的递增区间，$f(x)_{\max}=f(1)=a=2\Rightarrow a=2$；

当 $0\le a\le 1$ 时 $f(x)_{\max}=f(a)=a^2-a+1=2, a=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$, 与 $0\le a\le 1$ 矛盾；

所以 $a=-1$ 或 2．

4．解：设最佳售价为 $(50+x)$ 元，最大利润为 y 元，

$$y=(50+x)(50-x)-(50-x)\times 40=-x^2+40x+500$$

当 $x=20$ 时，y 取得最大值，所以应定价为 70 元.